

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМОГРАММЫ СТАНКА-КАЧАЛКИ. НОРМАЛЬНАЯ РАБОТА НАСОСА

*Ковшов В.Д., Сидоров М.Е., Светлакова С. В.*

Основным способом контроля за состоянием штанговой глубинно-насосной установки (ШГНУ) на сегодняшний день остается ее динамометрирование. При этом анализ динамограммы позволяет достаточно достоверно судить о целом ряде неисправностей оборудования, отклонении режима откачки от оптимального и оценивать производительность ШГНУ.

В последние годы новые качественные результаты получены в разработке как средств динамометрирования, так и методик обработки данных. Результаты этих работ освящены, например, в публикациях [1...6], а многие фирмы [7...10] занимаются этими работами вплотную.

В настоящей работе рассматривается методика построения устьевого динамограммы путем моделирования условий работы плунжера. Создание такой методики позволит проводить исследования работы станка-качалки для различных параметров штанг, условий их нагружения, частоты качаний, длины хода штока и т.п.

### Постановка задачи

Глубинный штанговый насос можно представить в виде системы последовательно соединенных элементов: плунжерная пара, колонна штанг, подвеска штанг. При моделировании условий работы глубинного штангового насоса мы заменяем эту систему элементов одной штангой с «приведенной» жесткостью, на верхнем и нижнем концах которой имеются силовые и кинематические условия. При этом заданными граничными условиями могут быть

- со стороны подвески штанг – данные замера усилий и перемещений на штоке;
- со стороны плунжерной пары – моделируемые усилия и перемещения плунжера.

В этом случае перемещение штанги можно описать дифференциальным уравнением продольных колебаний стержня:

Рассмотрим случай задания данных (нагрузка и перемещение) на одном из концов штанги. Дифференциальное уравнение продольных колебаний штанги имеет вид [1]:

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где  $a$  – скорость распространения звука в штанге;

$u$  – абсолютное перемещение некоторого сечения штанги;

$x$  – координата сечения;

$t$  – время.

Общий интеграл уравнения (1) известен и представляется в виде суммы функции двух аргументов.

$$u = \Phi(at + x) + \Phi_1(at - x). \quad (2)$$

Таким образом, задавая граничные условия на концах штанги, можно получить конкретные решения для следующих задач:

- расчет параметров на плунжере по данным на штоке;
- расчет параметров на штоке по данным на плунжере;
- расчет усилий на штоке по усилиям на плунжере и перемещениям на штоке.

Рассмотрим эти задачи подробнее.

### 1.1 Расчет параметров на плунжере по данным на штоке (модель №1)

Для построения данной модели используются следующие уравнения, полученные в работе[1]:

$$P_1(t) = 0,5[P(t + \delta) + P(t - \delta)] - Q - 0,5[V(t + \delta) - V(t - \delta)] \frac{Ef}{a}, \quad (3)$$

$$V_1(t) = 0,5[V(t + \delta) + V(t - \delta)] - 0,5[P(t + \delta) - P(t - \delta)] \frac{a}{Ef}, \quad (4)$$

$$U_1(t) = 0,5[U(t + \delta) + U(t - \delta)] - 0,5 \left[ \int_0^t P(t + \delta) dt - \int_0^t P(t - \delta) dt \right] \frac{a}{Ef}, \quad (5)$$

где  $P, V, U$  – нагрузка, скорость и перемещение на верхнем конце штанги (далее по тексту на штоке);

$P_1, V_1, U_1$  – нагрузка, скорость и перемещение на нижнем конце штанги (далее по тексту на плунжере);

$t$  – переменная времени;

$\delta = \frac{H}{a}$  – время распространения волны перемещений от одного конца штанги

до другого;

$H$  – длина штанги (глубина погружения насоса);

$f$  – площадь сечения штанги ;

$E$  – модуль упругости материала штанги;

$Q$  – вес штанг в жидкости.

Характер изменения нагрузки на верхнем конце штанги определяется динамометрированием, а закон его перемещения с достаточной точностью может быть описан, как гармонический:

$$U = \frac{1}{2} L \left( 1 - \cos \frac{2\pi t}{T} \right), \quad (6)$$

где  $L$  – длина хода штока,

$T$  – период качаний.

Используя уравнения (3)...(5) можно по нагрузке и скорости на штоке определить нагрузку, скорость и перемещение на плунжере, то есть рассчитать плунжерную динамограмму (Рис. 1).

## 1.2 Расчет параметров на штоке по данным на плунжере (модель №1)

С целью проверки решений (3)...(5), полученных из уравнения (1), примем в качестве исходных данные на плунжере, то есть получим устьевую динамограмму из предполагаемых известными воздействий на плунжер.

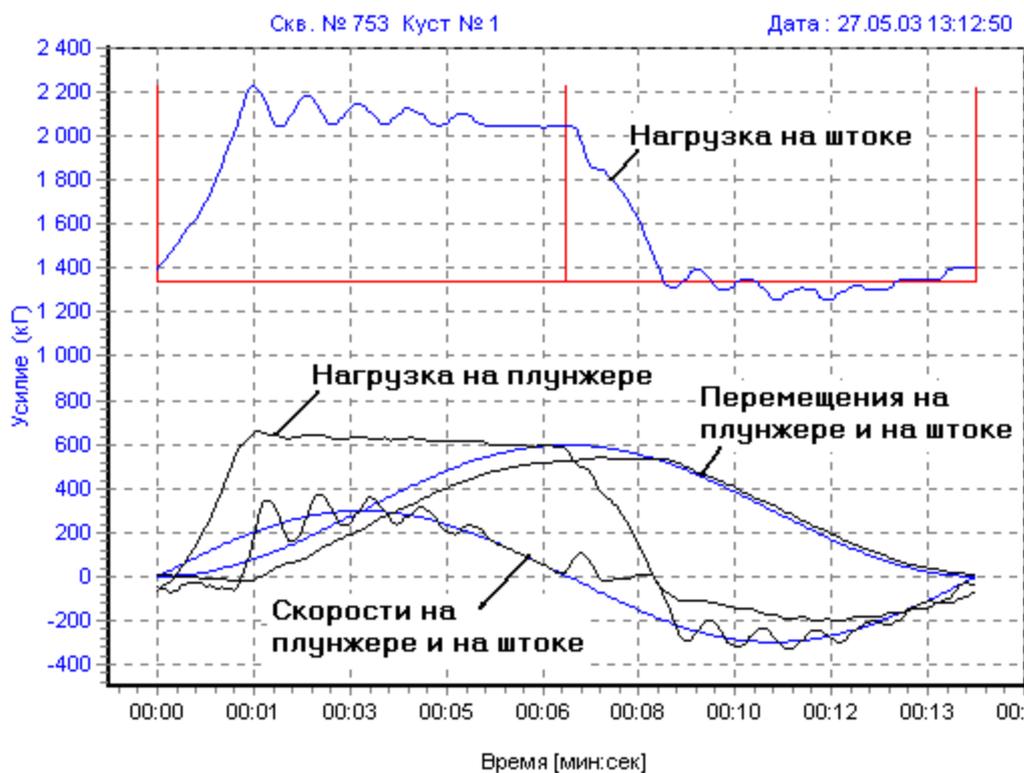


Рисунок 1

Для построения данной модели используются уравнения (7)...(9), аналогичные (3)...(5):

$$P(t) = 0,5[P_1(t + \delta) + P_1(t - \delta)] + Q + 0,5[V_1(t + \delta) - V_1(t - \delta)] \frac{E_f}{a}, \quad (7)$$

$$V(t) = 0,5[V_1(t + \delta) + V_1(t - \delta)] + 0,5[P_1(t + \delta) - P_1(t - \delta)] \frac{a}{E_f}, \quad (8)$$

$$U(t) = 0,5[U_1(t + \delta) + U_1(t - \delta)] - 0,5 \left[ \int_b^t P_1(t + \delta) dt - \int_b^t P_1(t - \delta) dt \right] \frac{a}{E_f}, \quad (9)$$

Используя уравнения (7)...(9) можно по нагрузке и скорости на нижнем конце штанги (на плунжере) определить нагрузку, скорость и перемещение на верхнем конце штанги (на штоке).

Для проверки решения сначала из данных на штоке  $P(t)$  и  $V(t)$ , получаем данные на плунжере –  $P_1(t)$  и  $V_1(t)$ , а затем из данных на плунжере получаем данные на штоке, т.е. снова  $P(t)$  и  $V(t)$ . Расчеты показали полное совпадение параметров исходной устьевой динамограммы и параметров устьевой динамограммы, полученной из плунжерной.

Таким образом, используя уравнения (3)...(5) для получения параметров на нижнем конце штанги, а затем уравнения (7)...(9) для получения параметров на верхнем конце штанги, мы получаем исходные данные, что говорит о правильной постановке задачи и корректности выбранной модели для ее решения.

### 1.3 Расчет усилий на штоке по усилиям на плунжере и перемещениям на штоке (модель №2)

Для расчета устьевой динамограммы предлагается моделировать усилия на плунжере и использовать известное из формулы (6) перемещение штока. В такой постановке к использованным ранее уравнениям добавляются уравнения первого приближения, и процесс решения становится итерационным.

Первое приближение:

$$P(t) = 0,5[P_1(t + \delta) + P_1(t - \delta)] + Q + 0,5[V(t + \delta) - V(t - \delta)] \frac{E_f}{a}, \quad (10)$$

Здесь предлагается принять скорость на плунжере равной скорости на штоке, либо полагать скорость на плунжере равной нулю.

Цикл по последующим приближениям:

$$V_1(t) = 0,5[V(t + \delta) + V(t - \delta)] - 0,5[P(t + \delta) - P(t - \delta)] \frac{a}{E_f}, \quad (11)$$

$$P(t) = 0,5[P_1(t + \delta) + P_1(t - \delta)] + Q + 0,5[V_1(t + \delta) - V_1(t - \delta)] \frac{E_f}{a}, \quad (12)$$

Последнее приближение – проверка усилий на плунжере и расчет перемещений на плунжере:

$$P_1(t) = 0,5[P(t + \delta) + P(t - \delta)] - Q - 0,5[V(t + \delta) - V(t - \delta)] \frac{E_f}{a}, \quad (13)$$

$$U_1(t) = 0,5[U(t + \delta) + U(t - \delta)] - 0,5 \left[ \int_0^t P(t + \delta) dt - \int_0^t P(t - \delta) dt \right] \frac{a}{E_f}, \quad (14)$$

Расчеты показали, что наличие скоростной составляющей  $V_1(t)$  в первом приближении приводит к появлению наклона «горизонтального» участка, при этом устьевые усилия и скорость на плунжере определяются достаточно точно (Рис. 2).

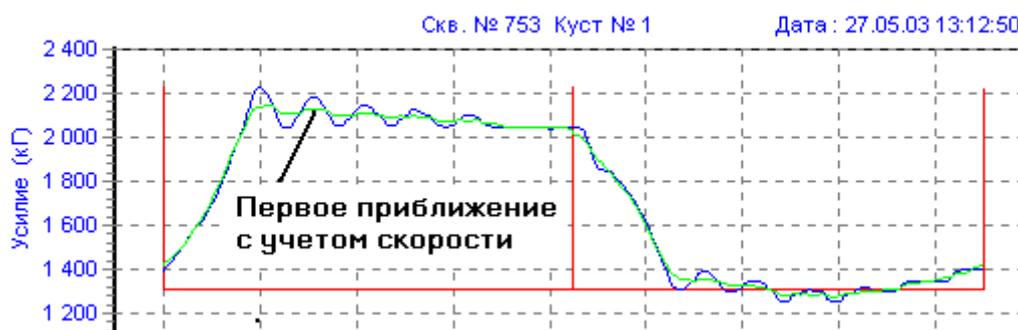


Рисунок 2 – График нагрузки (первое приближение с учетом скорости)

При последующих итерациях устьевые усилия корректируются только за счет небольшого изменения  $V_1(t)$ , поскольку  $P_1(t)$  – задано. Данный процесс быстро сходится, так для приведенной ниже динамограммы задано десять приближений (Рис. 3).

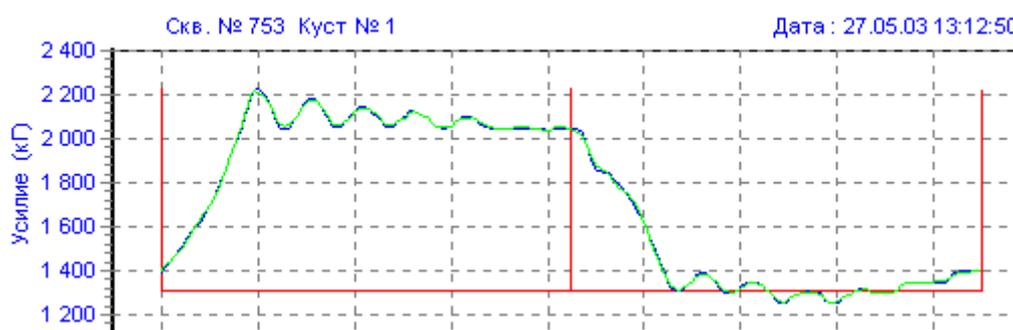


Рисунок 3

При увеличении количества итераций достигается практически полное совпадение рассчитанных усилий на штоке, скоростей и перемещений на плунжере с исходными данными. То есть, полученные для данной модели значения  $P(t), V_1(t), U_1(t)$  по заданным  $P_1(t), V(t), U(t)$  практически совпадают с исходным устьевым  $P(t)$  и рассчитанными ранее плунжерными  $V_1(t), U_1(t)$ .

Таким образом, используя модель №2, то есть предполагая известными усилия на плунжере (зависимость сил, действующих на плунжер, от времени) и перемещения на штоке, мы можем построить устьевую динамограмму.

#### 1.4 Учет сил сопротивления, пропорциональных скорости движения плунжера

Дифференциальное уравнение продольных колебаний штанги с учетом сил сопротивления, пропорциональных скорости имеют вид:

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + b \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (15)$$

где  $b$  – константа вязкостного трения, значения которой лежат в диапазоне  $0,1 \dots 0,5 \text{ с}^{-1}$ , [1].

Решение уравнения (15) с учетом сил сопротивления имеет вид:

$$V_1(t) = 0,5[V(t+\delta)e^{b\delta} + V(t-\delta)e^{-b\delta}] - 0,5[P(t+\delta)e^{b\delta} - P(t-\delta)e^{-b\delta}] \frac{a}{Ef} + \\ + 0,25 \left[ \int_{-\delta}^{\delta} P(t+\tau)e^{b\tau} d\tau \right] \frac{ba}{Ef}, \quad (16)$$

$$P_1(t) = 0,5[P(t+\delta)e^{b\delta} + P(t-\delta)e^{-b\delta}] - 0,5[V(t+\delta)e^{b\delta} - V(t-\delta)e^{-b\delta}] \frac{Ef}{a} - \\ - 0,25[U(t+\delta)e^{b\delta} - U(t-\delta)e^{-b\delta}] \frac{bEf}{a}. \quad (17)$$

Формулы (16), (17) получены в предположении, что функция Бесселя  $J_0(\varepsilon) = 1$ , справедливом при  $\varepsilon = 0$ , где  $\varepsilon \leq b\delta$ . Например, для  $H = 1000$  м и  $b = 0,5$ , получаем  $\varepsilon \leq 0,1$  и  $J_0(0,1) = 0,98$ , что приемлемо для инженерных расчетов. Расчеты, проведенные по моделям №1 и №2, показали, что решения уравнения (15), представленные формулами (16), (17) не приводят к качественному изменению вида динамограммы (например, отсутствует явление затухания амплитуды колебаний нагрузки), а лишь незначительно изменяют величину нагрузки.

Поэтому, в дальнейшем мы будем использовать модель №2, представленную формулами (10)...(14), а силы сопротивления будем учитывать дополнительным усилием на плунжере, пропорциональным скорости движения плунжера  $P_c = -\beta V_1$ , где  $\beta = 2bM = 2brfH$ ,  $M$  – масса штанг и  $\rho$  – плотность материала штанг.

Во всех дальнейших расчетах принято значение константы вязкостного трения  $b = 0,2$ .

### 1.5 Моделирование нагрузок на плунжере при различных условиях работы насоса

В модели №2 мы использовали готовые решения на плунжере, полученные с использованием модели №1, и находили итерациями решение на штоке. Теперь необходимо смоделировать усилия на плунжере в зависимости от условий работы насоса, чтобы, используя для расчета модель №2, получить устьевую динамограмму.

Приведем основные формулы расчета усилий на плунжере и на штоке.

#### 1.5.1 Усилия, действующие на плунжере и на штоке

Вектора усилий, действующих на плунжер:

$$P_{пл} = P_{тр} + P_{ж} + P_c. \quad (18)$$

Вектора усилий, действующих на шток:

$$P_{шт} = P_{пл} + P_{ин} + P_{штж}. \quad (19)$$

Усилия на штоке, по закону Гука:

$$P_{\text{шт}} = \frac{\Delta L E F}{H} + G_{\text{штж}}, \quad (20)$$

где  $P_{\text{тр}}$  – сила трения скольжения по закону Кулона, принимается постоянной при движении плунжера вверх  $P_{\text{тр1}}$  и при движении плунжера вниз  $P_{\text{тр2}}$ ;  
 $P_{\text{ж}}$  – жидкостная нагрузка, действующая на плунжер от столба жидкости в насосных и обсадных трубах и от устьевого и затрубного давления газа;  
 $|P_{\text{с}}| = \beta V_1$  – сила сопротивления, пропорциональная скорости;  
 $|P_{\text{ин}}| = Mw$  – силы инерции штанг ( $w$  – ускорение штанг);  
 $G_{\text{штж}}$  – вес штанг в жидкости;  
 $\Delta L$  – удлинение штанг от действия внешних нагрузок (кроме  $G_{\text{штж}}$ );  
 $E$  – модуль упругости Юнга;  
 $F$  – эффективная площадь сечения штанг, определяемая как площадь штанги, имеющей одинаковое с комбинированной штангой удлинение от действия внешней нагрузки.

$$F = \frac{H}{\sum \frac{H_i}{F_i}}, \quad (21)$$

где  $i$  – номер штанги, изменяется от 1 до  $N$  по количеству штанг;  
 $H$  – глубина погружения насоса – длина штанг.

Жидкостная нагрузка при движении плунжера вверх, обусловленная перепадом давления, действующим на плунжер, определяется уравнением:

$$P_{\text{ж1}} = (H_{\text{дг}} \rho_{\text{ж}} + P_{\text{у}} - P_{\text{з}}) F_{\text{пл}}, \quad (22)$$

где  $H_{\text{д}}$  – динамический уровень;  
 $g$  – ускорение свободного падения;  
 $\rho_{\text{ж}}$  – плотность жидкости (нефти);  
 $P_{\text{у}}$  – давление газа на устье;  
 $P_{\text{з}}$  – давление газа в затрубном пространстве;  
 $F_{\text{пл}}$  – площадь плунжера.

При движении плунжера вниз  $P_{\text{ж2}} = 0$ , так как перепад давления на плунжере равен нулю.

### 1.5.2 Нормальная работа насоса

Используя схему (Рис. 4), опишем, чем характеризуется нормальная работа насоса с точки зрения подачи нефти.

При движении плунжера вверх нагнетающий клапан закрыт, всасывающий клапан открыт и жидкость из скважины заполняет пространство под плунжером объемом всасывания, равным произведению площади цилиндра на ход плунжера. При этом происходит слив жидкости из области над плунжером объемом слива при движении штока вверх, равным разности произведения площади цилиндра на ход плунжера и площади штока на ход штока, поскольку часть штока выходит из цилиндра, освобождая тем самым часть объема над плунжером.

При движении плунжера вниз нагнетающий клапан открыт, а всасывающий клапан закрыт и жидкость из области под плунжером заполняет пространство над плунжером объемом нагнетания, равным произведению площади цилиндра на ход штока. При этом происходит слив жидкости из области над плунжером объемом слива при движении штока вниз, равным произведению площади штока на ход штока, поскольку часть штока входит в цилиндр, занимая тем самым часть объема над плунжером. Таким образом, при нормальной работе насоса объем нагнетания равен объему всасывания и равен сумме объема слива при движении штока вверх и объема слива при движении штока вниз.

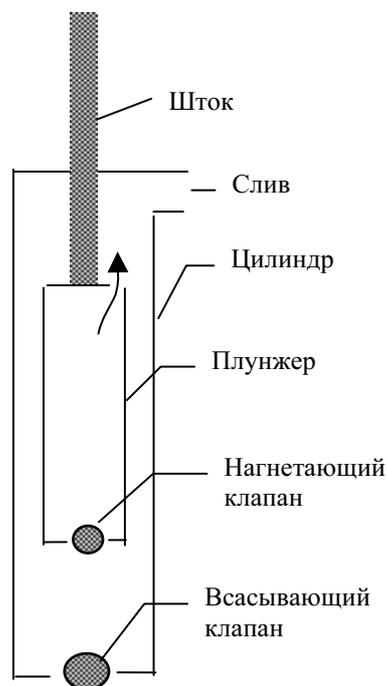


Рисунок 4

Далее опишем процесс изменения нагрузок, действующих на плунжер при нормальной работе насоса.

#### 1.5.2.1 Движение штока вверх

В нижней мертвой точке (НМТ) на плунжер действуют со стороны штанг усилия сжатия, уравниваемые силой трения  $P_{\text{ТР}2}$ . При движении штока вверх на величину  $X_i$ , усилия, действующие со стороны штанг на плунжер, уменьшаются на величину  $P_1 = X_i EF/H$  (Рис. 5).

В начале движения штока вверх сила трения на плунжере уменьшается от максимального значения  $P_{\text{ТР}2}$  до нуля, затем сила трения  $P_{\text{ТР}}$  возрастает от нуля до максимального значения  $P_{\text{ТР}1}$ . В это время перемещение плунжера равно нулю, поскольку усилия со стороны штанг не превышают сил трения. При этом давление жидкости над плунжером и под ним равны. Затем происходит микроперемещение плунжера вверх, приводящее к уменьшению давления под плунжером, вследствие увеличения объема под плунжером. Поскольку жидкость несжимаема, то можно полагать, что плунжер не перемещается до тех пор, пока нагрузка со стороны штанг не превысит силу трения  $P_{\text{ТР}1}$  и жидкостную нагрузку  $P_{\text{Ж}1}$ . В то время, когда плунжер не движется относительно штанг, из уравнений (19) и (20) нагрузку на плунжере можно рассчитать по формуле:

$$P_{\text{ПЛ}} = \frac{\Delta LEF}{H} - P_{\text{ИН}}. \quad (23)$$

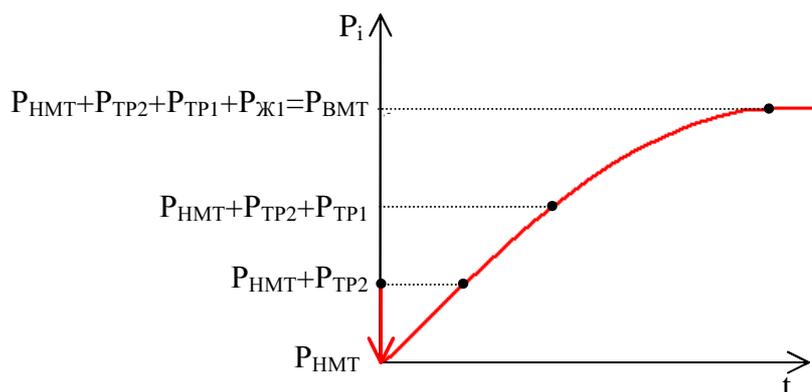


Рисунок 5

Так как плунжер неподвижен, а движение штока принимается гармоническим  $X_i = 0$ , то удлинение штанг  $\Delta L$  определяется по формуле:

$$\Delta L = 0,5L \left( 1 - \cos \frac{2\pi t}{T} \right),$$

где  $t$  – время;

$T$  – период.

Далее усилие со стороны штанг превысит силу трения и жидкостную нагрузку, действующие на плунжер и плунжер начнет движение вверх, а всасывающий клапан откроется. При условии движения плунжера вверх, из уравнения (18) нагрузку на плунжере можно рассчитать по уравнению:

$$P_{Пл} = P_{ТР1} + P_{Ж1} + P_C, \quad (24)$$

причем, в начале движения плунжера вверх  $P_C = 0$ , так как  $V_{Пл} = 0$ .

#### 1.5.2.2 Движение штока вниз

В верхней мертвой точке (ВМТ) на плунжер действуют со стороны штанг усилия растяжения, уравновешиваемые силой трения  $P_{ТР1}$  и жидкостной нагрузкой  $P_{Ж1}$ . При движении штока вниз на величину  $X_i$  усилия, действующие со стороны штанг на плунжер, уменьшаются на величину  $P_i = \frac{(L - X_i)EF}{H}$  (Рис. 6).

При движении штока вниз сила трения на плунжере  $P_{ТР}$  уменьшается от максимального значения  $P_{ТР1}$  до нуля, затем сила трения  $P_{ТР}$  возрастает от нуля до максимального значения  $P_{ТР2}$ , в это время перемещение плунжера равно нулю, поскольку усилия со стороны штанг не превышают сил трения.

При этом давление жидкости над плунжером больше, чем под плунжером. Затем происходит микро перемещение плунжера вниз, приводящее к увеличению давления под плунжером, вследствие уменьшения объема под плунжером. Поскольку жидкость несжимаема, то можно полагать, что плунжер не перемещается до тех пор, пока жидкостная нагрузка не превысит максимально возможного

перепада давления сверху и снизу плунжера  $P_{Ж1}$ . В то время, когда плунжер не движется относительно штанг, из уравнений (19) и (20) нагрузку на плунжере можно рассчитать по уравнению (23).

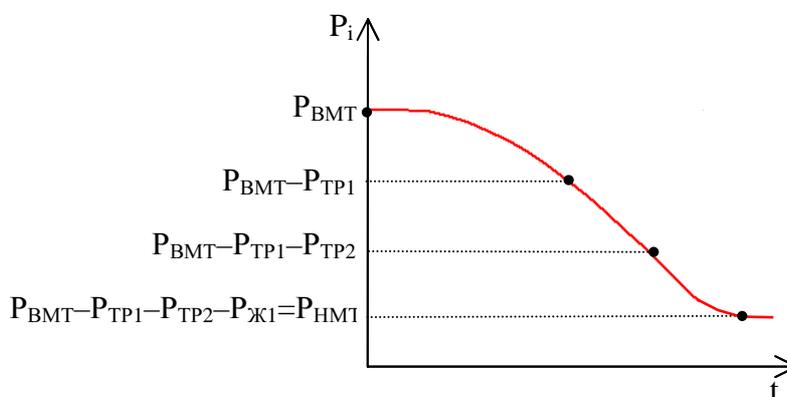


Рисунок 6

При условии движения плунжера вниз, из уравнения (18) нагрузку на плунжере можно рассчитать по уравнению:

$$P_{ПЛ} = P_{ТР2} + P_C \quad (25)$$

причем, в начале движения плунжера вниз  $P_C = 0$ , так как  $V_{ПЛ} = 0$ .

На рисунке 7 показана устьевая динамограмма, рассчитанная по модели №2, а на рисунке 8 плунжерная динамограмма, рассчитанная из устьевой. Из рисунка 8 следует, что при движении штока вверх и увеличении нагрузки плунжер не движется, как и при движении штока вниз и уменьшении нагрузки, а перемещение плунжера соответствует основанию параллелограмма теоретической динамограммы.

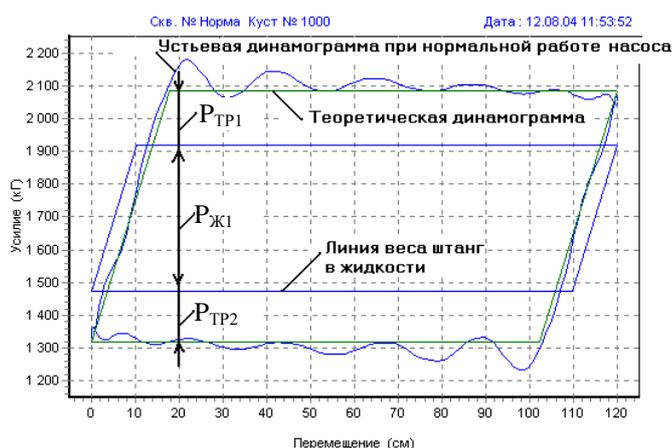


Рисунок 7

Таким образом, зная параметры штанг, нагрузку  $P_{ВМТ}$ ,  $P_{НМТ}$ ,  $P_{Ж1}$  и задавая нагрузку на плунжере, согласно (23)...(25), можно по модели №2 рассчитать нагрузку на штоке для нормальной работы насоса. Результаты расчета и замеренные данные для скважины №753, куст №1 показаны на рисунке 9. Некоторые расхождения рассчитанных и замеренных нагрузок можно объяснить дискретностью за-

меренных значений нагрузки (50 кГ), и возможно небольшими утечками во всасывающем клапане, что заметно по характерному виду искривления кривой динамограммы в начале движения штока вниз.

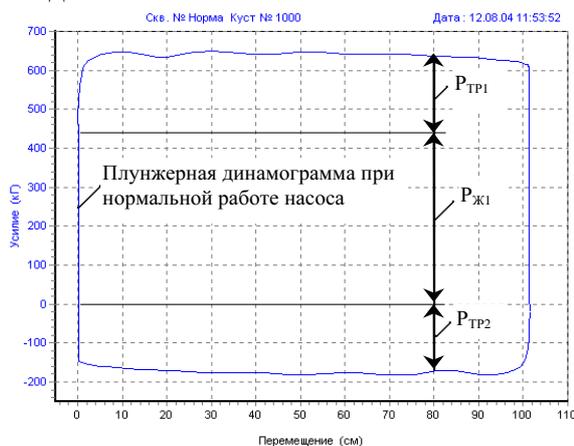


Рисунок 8

Прогиб кривой нагрузки на плунжере при движении плунжера вниз объясняется силами сопротивления жидкости, выдавливаемой через плунжер, существенно большими, чем при движении плунжера вверх.

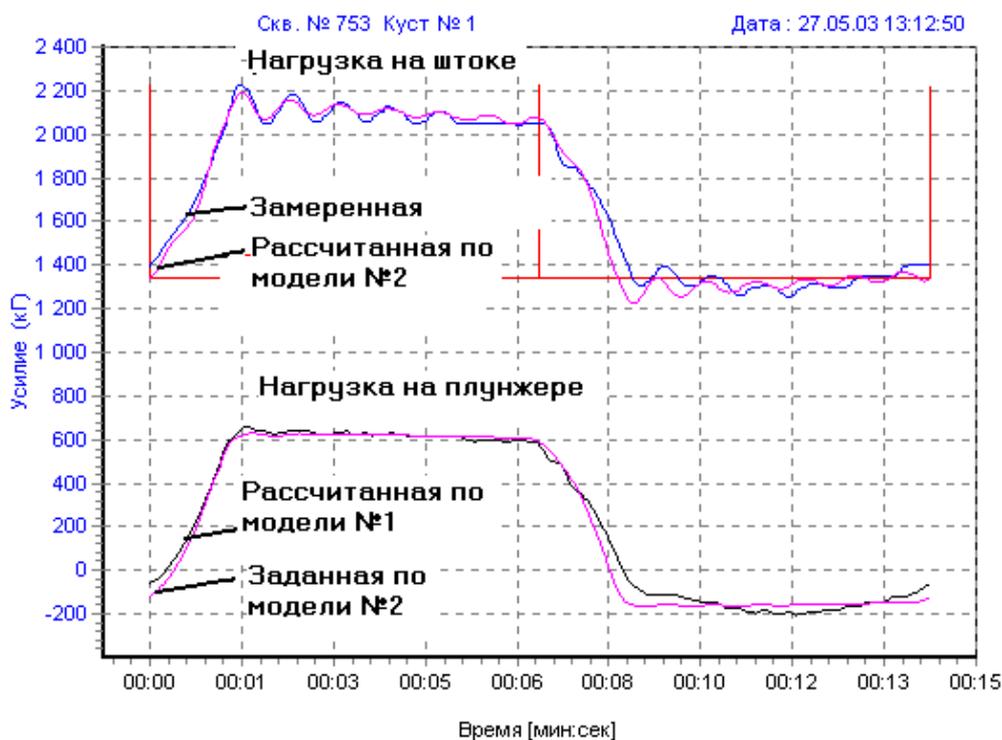


Рисунок 9

**Выводы:** моделирование нагрузок, действующих на плунжер при нормальной работе насоса, уравнениями (23)...(25) позволяет, используя для расчетов модель №2, с достаточной точностью рассчитать нагрузку, действующую на шток, т.е. получить устьевую динамограмму, а значит диагностировать нормальную работу насоса при различных параметрах скважины и режимах ее работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Касьянов В.М. Аналитический метод контроля работы глубинных штанговых насосов. М., изд. ВНИИОЭНГ, 1973.
2. Алиев Т.М., Костянян В.Р., Тер-Хачатуров А.А. Современное состояние проблемы автоматизации диагностирования штанговых нефтяных установок. Статья в ж. Измерения, Контроль, автоматизация. №4, 1988, с.32-42.
3. Бобылев О.А. Диагностирование периодически работающих скважин. Интервал, №12, 2001, с 59-61.
4. Ришмюллер Г. и др. Добыча нефти глубинными штанговыми насосами.– Терниц: Шёллер-Блекманн Гмбх, 1988
5. Тахаутдинов Ш.Ф. и др. Обработка практических динамограмм на ПЭВМ.– Казань: Новое Знание, 1997.
6. Аппаратно-программные средства контроля глубиннонасосного оборудования. Обзорная информация, ВНИИОЭНГ, Сер. «Автоматизация и телемеханизация в нефтяной промышленности». М. 1988, выпуск 1(61).
7. <http://www.intekufa.ru/>.
8. <http://www.ms-oil.ru/>.
9. <http://www.mikon.ru/>.
10. <http://www.siam.tomsknet.ru/>.